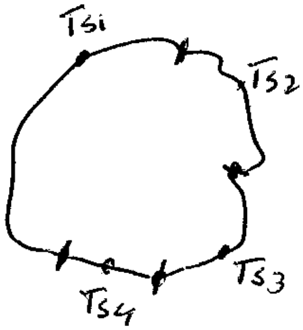
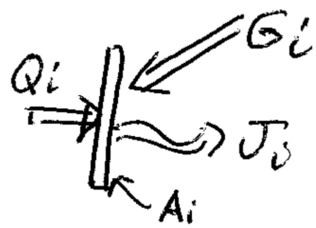
Radiación entre múltiples superficies de Tamaños similares:



BE para cualquier superficie i:



G_i : Radiación Total Incidente sobre i $\left(\frac{W}{m^2}\right)$

$J_i = E_i + \rho_i \cdot G_i$ $\left[\frac{W}{m^2}\right]$ Radiosidad Total de i

$$\dot{Q}_i = A_i \cdot (J_i - G_i)$$

Ahora recordamos que $J_i = (\varepsilon_i \sigma \cdot T_{si}^4) + \rho_i (G_i)$ $\quad (\alpha_i + \rho_i = 1)$

~~y sustituimos en $\dot{Q}_i$:~~

$$\cancel{\dot{Q}_i = A_i \left[(\varepsilon_i \sigma T_{si}^4 + (1-\alpha_i) G_i) - G_i \right]}$$ ~~y Reagrupo.~~

Ahora se despeja G_i, donde: $G_i = \dfrac{J_i - (\varepsilon_i \sigma T_{si}^4)}{(1-\alpha_i)}$

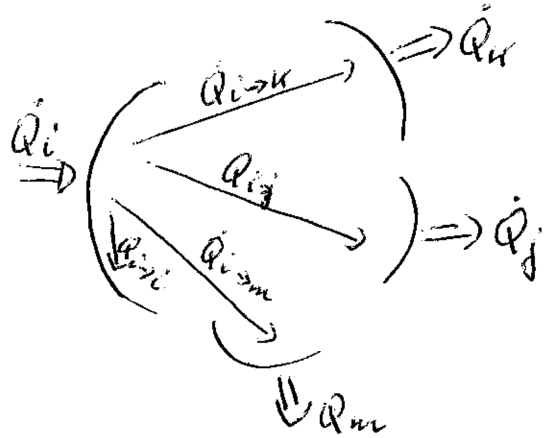
y esta la sustituyo en $\dot{Q}_i$.

$$\dot{Q}_i = A_i \left[J_i - \left(\frac{J_i - (\varepsilon_i \sigma \cdot T_{si}^4)}{(1-\alpha_i)} \right) \right]$$ y Reagrupo:

$$\boxed{\dot{Q}_i = A_i \left[\frac{\varepsilon_i \sigma \cdot T_{si}^4}{(1-\alpha_i)} - \frac{\alpha_i J_i}{(1-\alpha_i)} \right]}$$ Ecuación General del Calor Total que sale o Entra Neto en i

Si i es Gris: $\varepsilon_i = \alpha_i \Rightarrow$ $\boxed{\dot{Q}_i = \dfrac{\varepsilon_i A_i}{(1-\varepsilon_i)} \left(\sigma \cdot T_{si}^4 - J_i \right)}$

Ahora quedan de Incognitas $\dot{Q}_i$; J_i; G_i. (B)



el $\dot{Q}_i$ Total se Reparte Proporcional-mente en el Resto de las Superficies, incluyendose a si misma; entonces:

$$\dot{Q}_i = \sum_{j=1}^{N} \dot{Q}_{i\to j} \quad ; \; N: \text{N° Total de Superficies}$$

Ahora, cada Fraccion $\dot{Q}_{i\to j}$ Va a Depender de la Geometria, las Areas y las T_{S_i} y las ε_j, α_j de cada Superficie.

Ya sabemos que: $J_i = E_i + \rho_i G_i$; $\rho_i = 1 - \alpha_i$

Entonces queda por Definir Quien es G_i, el cual es el Total proveniente del Resto de las superficies, proporcional a sus Areas y Relaciones Geometricas; Se Define:

$$\boxed{G_i = \sum_{j=1}^{N} F_{j\to i} A_j J_j} \; \left(\frac{W}{m^2}\right)$$

Donde: J_j = Radiosidad de j

A_j: Area de j

F_{ji}: Factor de Vista desde j hacia i

El Factor de Vista $F_{j\to i}$ es un Factor de Relacion Geometrica que indica la proporcion en que una Superficie "Ve" a la otra, comparado con el Total que esta "Ve", es una Fraccion.

Ej. El cielo y una Ventana, mientras mas Grande sea la Ventana mas vas a poder Ver del cielo.

Los Factores de Vista tienen muchos propiedades matemáticos. (OJO Ver Libro). ©

- Reciprocidad: $A_i F_{i\to j} = A_j \cdot F_{j\to i}$

  OJO en General: $F_{i\to j} \neq F_{j\to i}$.

- Suma: $$\sum_{j=1}^{N} F_{i\to j} = 1 \; ; \quad F_{ii} = 0 \text{ Plana o convexa}$$

  $F_{ii} \neq 0$: Cóncava.

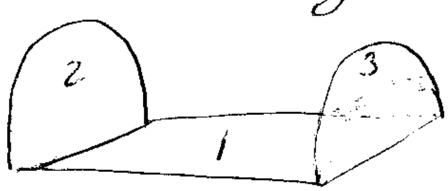
  El valor depende de la forma de la superficie

- Superposición: $$F_{i\to j} = F_{i\to j.1} + F_{i\to j.2}$$

  Recordar: $A_j = A_{j1} + A_{j2}$

Para cada Geometría y combinaciones están tabulados, Revisar Link Aula Virtual y Libros.

- Simetría:



si 1 es simétrico con 2 y 3. y $A_2 = A_3$; entonces: $F_{1\to 2} = F_{1\to 3}$

Ahora, con esta información, Volvemos a G_i:

$$G_i = \sum_{j=1}^{N} F_{j\to i} A_j J_j \; ; \quad \text{Pero: } F_{j\to i} A_j = A_i \cdot F_{i\to j} \text{ sustituyo:}$$

$$\Rightarrow \boxed{G_i = \sum_{j=1}^{N} F_{ij} \cdot A_i \cdot J_j}$$ sustituyo en $\dot{Q}_i = A_i(J_i - G_i)$

Ⓓ

$$\dot{Q}_i = A_i \cdot \left[J_i - \sum_{j=1}^{N} F_{ij} \cdot J_j \right]$$; quedo Acomodar bien J_i

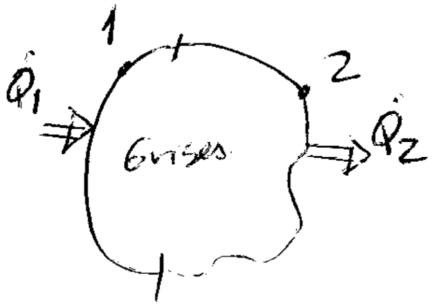
J_i = es el Total Radiado hacia todas las Superficies,
Faltaría saber cual es la Fracción Radiada a cada una.

$$J_i = \sum_{j=1}^{N} J_{i\to j} = \underbrace{\left(\sum_{j=1}^{N} F_{i\to j} \right)}_{=1} \cdot J_i$$ Sustituyo en $\dot{Q}_i$ y Reagrupo.

$$\boxed{\dot{Q}_i = A_i \cdot \sum_{j=1}^{N} F_{ij} \cdot (J_i - J_j)}$$

Ecuación General para i se tendrá un Sistema de Ecuaciones, con las Incognitas J_i, $\dot{Q}_i$, J_j

Ej: Caso Particular de Dos Superficies Cualesquiera



Por BE del Sistema:

$$\dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2$$

$$\left.\begin{aligned} \dot{Q}_1 &= A_1 \cdot \left[F_{11} \cancel{(J_1 - J_1)}^{\,0} + F_{12} \cdot (J_1 - J_2) \right] \\ \dot{Q}_2 &= A_2 \cdot \left[F_{21} (J_2 - J_1) + F_{22} \cdot \cancel{(J_2 - J_2)}^{\,0} \right] \end{aligned}\right\} \text{Sistema}$$

Pero también: (cuerpo gris).

$$\dot{Q}_1 = \frac{\varepsilon_1 A_1}{(1-\varepsilon_1)} \cdot \left(\sigma T_{s_1}^4 - J_1 \right) \;;\quad \dot{Q}_2 = \frac{\varepsilon_2 A_2}{(1-\varepsilon_2)} \cdot \left(\sigma \cdot T_{s_2}^4 - J_2 \right)$$

Sustituyo en el Sistema y quedan sólo J_1 y J_2.

Ahora se Resuelve y Despejan J_1 y J_2, al final, se sustituyen J_1 y J_2 en la fórmula de $\dot{Q}_1$, se Reacomoda en forma de $\sum R_t$ y se llega a:

$$\boxed{\dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2 = \frac{\sigma\left(T_{s_1}^4 - T_{s_2}^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \frac{1}{A_1 \cdot F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{A_2 \cdot \varepsilon_2}}}$$

Ecuación General para un sistema de Dos Superficies Grises.

Ahora si $A_2 >>> A_1$: se Reacomoda

$$\dot{Q}_1 = \frac{A_1}{A_1} \cdot \frac{\sigma \cdot \left(T_{s_1}^4 - T_{s_2}^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \frac{1}{F_{12} \cdot A_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{A_2 \cdot \varepsilon_2}} = \frac{A_1 \sigma \cdot \left(T_{s_1}^4 - T_{s_2}^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}}$$

Para este caso: $A_1/A_2 \rightsquigarrow 0$; $F_{12} = 1$; $F_{21} = 0$

$F_{11} = 0$; $F_{22} \rightsquigarrow 1$

$$\dot{Q}_1 = \frac{A_1 \sigma \cdot \left(T_{s_1}^4 - T_{s_2}^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 + 0} \Rightarrow ; \qquad \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 = \frac{1 - \cancel{\varepsilon_1} + \cancel{\varepsilon_1}}{\varepsilon_1} = \frac{1}{\varepsilon_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{Q}_1 = A_1 \cdot \varepsilon_1 \sigma \cdot \left(T_{s_1}^4 - T_{s_2}^4\right)}$$

que era lo que ya habíamos Deducido antes

Aurelio Stammitti S.
Mayo 2011